

# Aide à l'apprentissage de l'écriture

DESQUESNES Xavier  
SMIT Julien

Projet encadré par M. Y. Chahir



# Introduction

- Apprentissage de l'écriture :  
Nécessité de comparer la lettre de l'élève au modèle
- Etablir un profil psychologique :  
Nécessité d'analyser la classe d'appartenance des lettres de l'élève
- D'où : appel à des méthodes de Classification

# Sommaire

- I Présentation de la méthode
  - Extraction des caractéristiques
  - Classification
- II Outils mathématiques
  - Réduction du bruit
  - Analyse spectrale

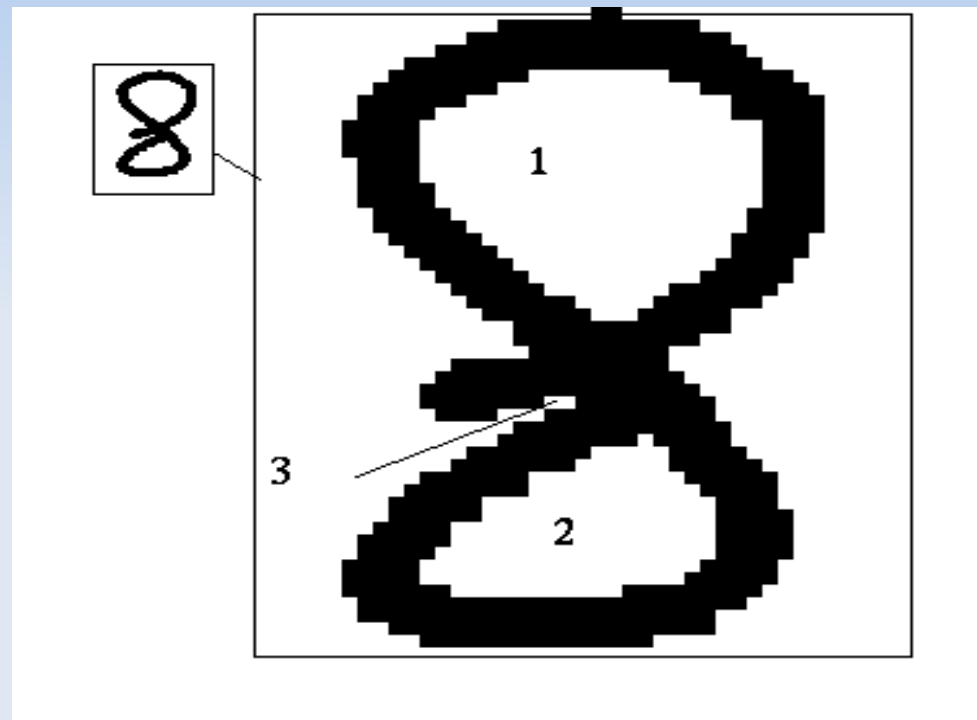
- I Présentation de la méthode
  - Extraction des caractéristiques
  - Classification
- II Outils mathématiques
  - Réduction du bruit
  - Analyse spectrale

# Lettre manuscrite

- Objet graphique non discret
- Possède des propriétés propre extractibles
- L'extraction des caractéristiques permet d'en obtenir une version discrète (donc manipulable informatiquement)
- Caractéristiques non optimales et d'intérêts différents

# Caractéristiques

- Orientation
- Elongation
- Nombre d'Euler
- Surface
- Moments de Hu, Zernike, Legendre...



- I Présentation de la méthode
  - Extraction des caractéristiques
  - Classification
- II Outils mathématiques
  - Réduction du bruit
  - Analyse spectrale

# Notion de distance

- Distance euclidienne à partir des caractéristiques précédemment extraites
- Deux images similaires ont des distances proches entre elles et des distance similaires vis à vis des autres images
- Permet de donner une relation d'ordre



# Normalisation

- Valeurs des distances très espacées
- Ramenées à une plus petite échelle

$$W = e^{-D^2/\epsilon^2}$$

- Permet de minimiser le bruit

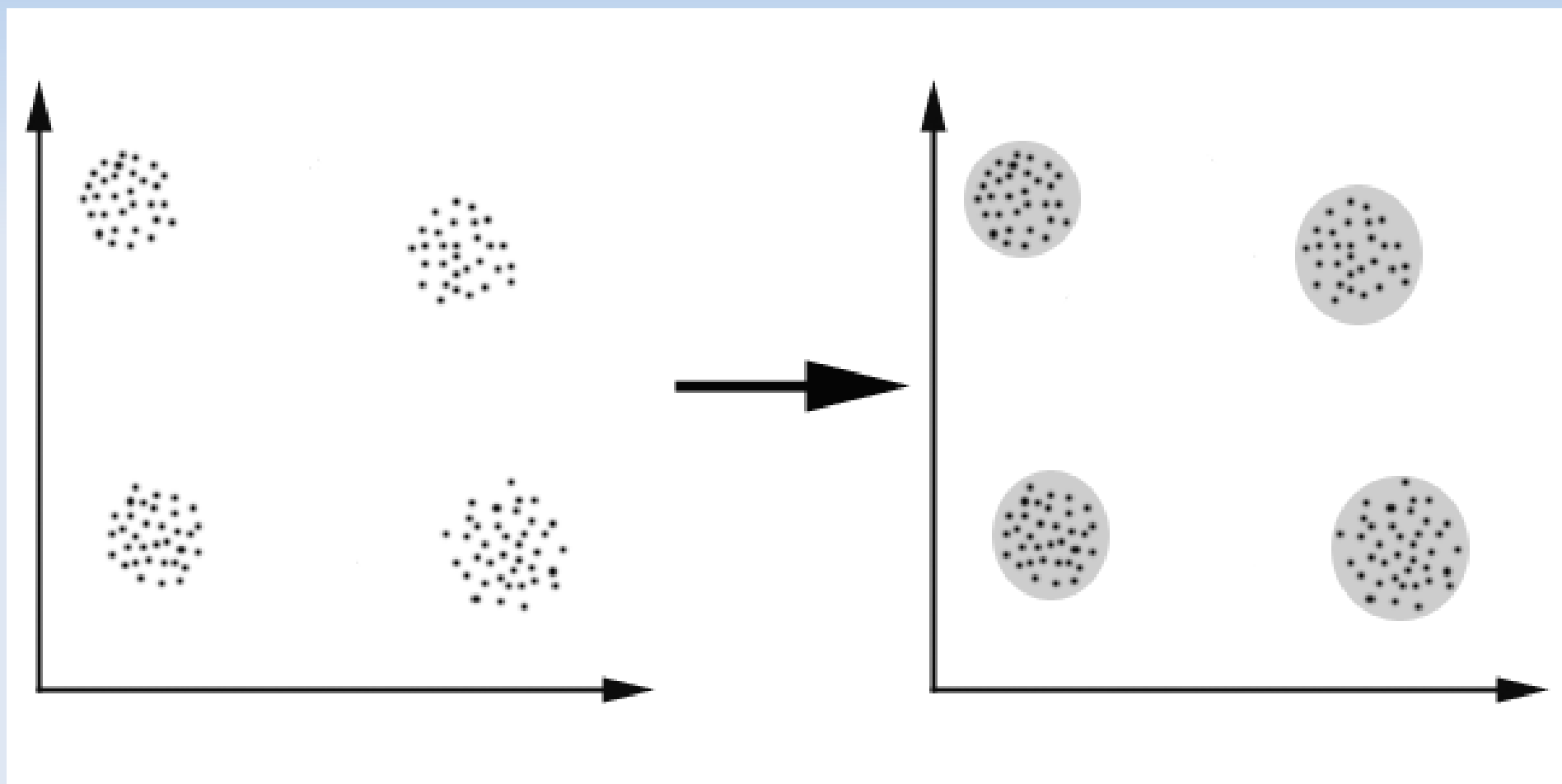
# Méthode de l'analyse spectrale

- Utilise l'algèbre linéaire (applications linéaires, vecteurs et valeurs propres)
- Projette les images dans un repère, en vue de les classer
- Détail de la méthode plus loin dans l'exposé

# Classification

- Algorithme K-Means
- A partir des coordonnées des images projetées
- Regroupe les images proches autour d'un centre

# Classification



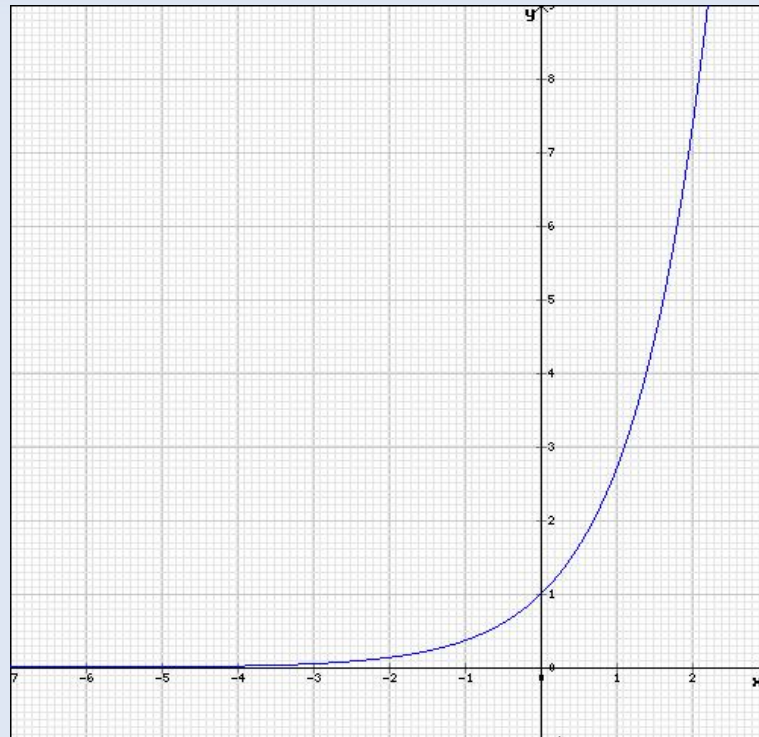
- I Présentation de la méthode
  - Extraction des caractéristiques
  - Classification
- II Outils mathématiques
  - Réduction du bruit
  - Analyse spectrale

# Réduction du Bruit

- Matrice D'adjacence  $A$   
(symétrique et diagonale à 0)
- Matrice D'adjacence lissée  $W$   
(symétrique, toutes les valeurs entre 0 et 1,  
diagonale à 1)
- Matrice normalisée  $P$   
(symétrique et normalisée pour l'analyse  
spectrale)

# Lissage

$$W_{i,j} = e^{\frac{A_{i,j}^2}{-\epsilon^2}}$$



# Lissage

- Choix du epsilon difficile, compris entre min et max
- Réduit l'intervalle et rapproche les valeurs trop éloignées



# Normalisation – Degré du graphe

- Représentation de la matrice d'adjacence sur un graphe
- Degré sur un noeud = somme des valuations des arcs attachés à ce noeud
- Intérêt de la normalisation : mettre l'accent sur les composantes fortement connexes du graphe
- Matrice des Degrés

# Normalisation

- Matrice Laplacienne Normalisée  $P$  :  
 $P = D - A$
- Effet : Pré-regroupage des lettres à similarité forte
- Possibilité de normaliser plusieurs fois

- I Présentation de la méthode
  - Extraction des caractéristiques
  - Classification
- II Outils mathématiques
  - Réduction du bruit
  - Analyse spectrale

# Petit rappel mathématique

- Soit un système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$$

- Où le triplet  $x,y,z$  est solution des 3 équations

# Application linéaire

- On peut l'assimiler à une application linéaire :

$$U = \begin{bmatrix} a1 & b1 & c1 \\ a2 & b2 & c2 \\ a3 & b3 & c3 \end{bmatrix}$$

- Telle que :

$$\begin{bmatrix} a1 & b1 & c1 \\ a2 & b2 & c2 \\ a3 & b3 & c3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Algèbre linéaire

- Il existe une propriété mathématique qui permet d'écrire  $U$ , sous la forme:

$$U = \lambda_i * V_i$$

- Ou  $V_i$  est un des axes permettant de projeter les solutions de l'équation
- C'est cette propriété qui va nous être utile pour projeter les images de lettres

# Application à la classification

- On construit le système d'équations où:
  - Chaque image est associée à une inconnue
  - Chaque équation représente une image, et les coefficients sont les distances respectives entre l'image et les inconnues

# Application à la classification

- Du tableau des distances  $\begin{bmatrix} 0 & 7 & 2 \\ 7 & 0 & 8 \\ 2 & 8 & 0 \end{bmatrix}$
- On passe au système :

$$\begin{cases} 0x + 7y + 2z = 0 \\ 7x + 0y + 8z = 0 \\ 2x + 8y + 0z = 0 \end{cases}$$



# Application à la classification

- Calcul des axes
- Projection des solutions
- Seuls les premiers axes sont significatifs (la différence entre les coordonnées sur les suivants est trop négligeable)

# Conclusion

- Méthode concluante
- Difficulté à trouver les bons critères
- Démonstration